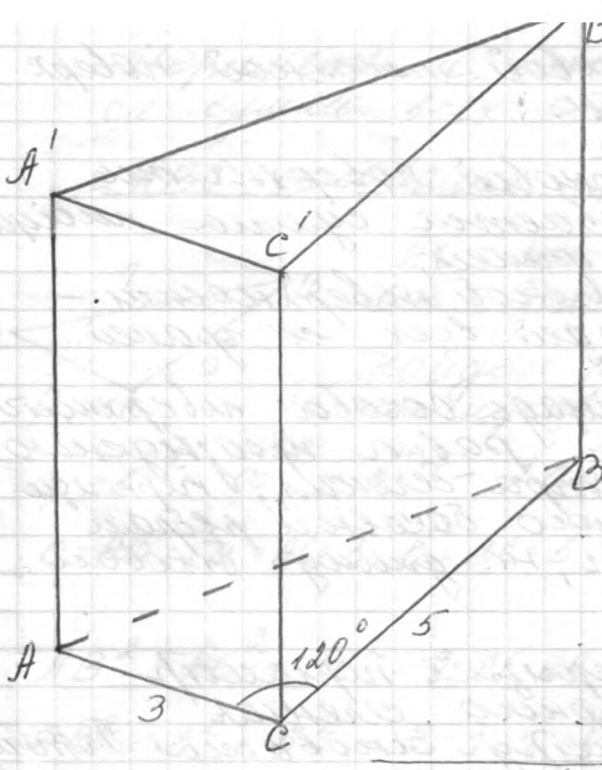


Задача 1.

Дано: $ABCA'B'C'$ – прямая треугольная призма;

$AC = 3$ см;
$CB = 5$ см;
$\angle ACB = 120°$

$S_{AA'B'B} = 35$ см^2 (наибольшая из площадей боковых граней)

Найти: $S_{\text{боков. призмы}}$ (площадь боковой поверхности призмы).

Решение. Призмой называется многогранник, у которого две грани – равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами (основания призмы), а все остальные грани (боковые) пересекаются по параллельным прямым. Если в основании призмы лежит треугольник, то призма называется треугольной.

Призма называется прямой, если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям.

Площади боковой и полной поверхности призмы:

Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней,
площадью полной поверхности – сумма площадей всех ее граней.

Теорема. Площадь боковой поверхности призмы равна произведению периметра сечения, перпендикулярного боковым ребрам призмы, на длину бокового ребра.

! В прямой призме периметр перпендикулярного сечения равен периметру основания. Боковое ребро

$S_{бок} = l \cdot P_{основания}$, где

$S_{бок.}$ – площадь боковой поверхности.

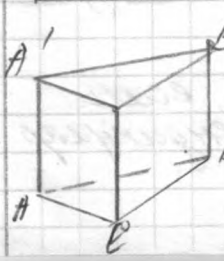
$P_{осн.}$ – периметр основания.

l – длина ребра

В прямой призме длина ребра равна высоте (h) призмы.

Прямая призма
$S_{бок} = P_{осн.} \times l \quad (l = h)$

$S_{бок} = P_{\Delta ABC} \times l = P \cdot AA'$



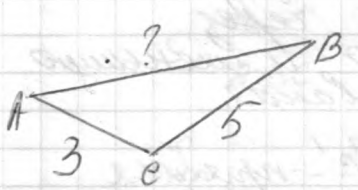
$AA'BB'$ – наибольшая из боковых граней призмы

$S_{AA'BB'} = 35\ см^2$ (по условию)

площадь

Периметром основания называется сумма всех сторон основания.

$\triangle ABC$ – основание призмы.



$AC = 3$см, $CB = 5$см } по условию.

Найдем AB по теореме косинусов:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\angle C$.

$c = AB$; $a = AC = 3$; $b = BC = 5$ $\angle ACB = 120°$ по условию

$\cos 120° = -\frac{1}{2}$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2\,AC \cdot BC \cdot \cos\angle ACB$

$AB^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-\frac{1}{2}) =$

$AB^2 = 9 + 25 + 15 = 49$; $AB = \sqrt{49} = 7$ (см)

$P_{осн_{\triangle ABC}}$ – периметр основания $= AC + AB + BC =$

$= 3 + 5 + 7 = 15$ (см)

Найдем длину ребра прямой треугольной призмы $ABCA'B'C'$, так как $ABCA'B'C'$ – прямоугольник (по условию: призма прямая, если ребро $\perp$ основанию, значит $AA' \perp \triangle ABC$)

Площадь $S_{ABCA'B'C'} = AB \cdot AA'$,

(дано в условии задачи) 35 см^2 $= 7 \cdot AA' \Rightarrow AA' = 35 : 7 = 5$ (см)

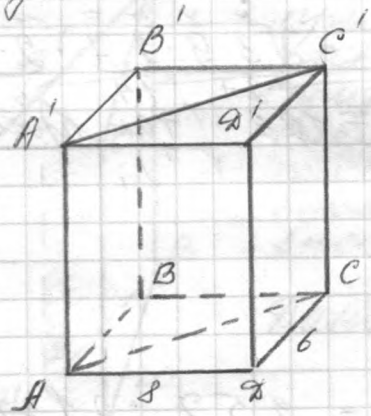
AA' – l – ребро призмы и h – высота призмы одновременно.

$AA' = l = h = 5$см. (т.к. призма прямая)

$S_{бок} = P_{осн} \cdot h = 15 \cdot 5 = 75$ (см^2)

ответ $S_{бок} = 75$ см^2.

Задача 4.



Дано: $ABCDA'B'C'D'$ – прямоугольный параллелепипед

$DC = 6$ см

$AD = 8$ см

$S_{AA'C'C} = 180$ см^2

Найти: $S_{полной\ поверхн.}$

Решение.

Прямой параллелепипед является частным случаем прямой призмы, поэтому площадь его боковой поверхности равна $S_{бок} = l \cdot P_{осн.}$,

где $P_{осн}$ – периметр основания.

l – длина ребра

$S_{полн.пов\ ABCDA'B'C'D'} = 2S_{осн} + S_{бок}$

$S_{ABCDA'B'C'D'} = \overbrace{2 \cdot AD \cdot DC}^{2S_{осн}} + \overbrace{2(AD+DC) \cdot AA'}^{S_{бок}}$

$AC = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ см

AA' находим из условия: $AA'C'C = 180$

$AA'C'C$ – площадь сечения – прямоугольник

$S_{AA'C'C} = AC \cdot AA' \Rightarrow AA' = \frac{180\text{ см}^2}{10\text{ см}} = 18$ см

$S_{ABCDA'B'C'D'} = 2 \cdot 8 \cdot 6 + 2(8+6) \cdot 18 = 2 \cdot 48 + 28 \cdot 18 =$

$= 96 + 504 = 600$ (см^2)

Ответ $S_{полн.} = 600$ см^2